Jean-Marie Dufour [1]
Décembre 1998

TECHNIQUES DE SÉRIES CHRONOLOGIQUES : INTRODUCTION [2]

[1] Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.), Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations (CIRANO), et Département de sciences économiques, Université de Montréal. L'auteur est aussi titulaire de la Chaire de recherche du Canada en économétrie. Adresse postale : Département de sciences économiques, Université de Montréal, C.P. 6128 succursale Centre Ville, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7. TEL : (514) 343 2400 ; FAX : (514) 343 5831 ; courriel : jean.marie.dufour@umontreal.ca. Page Web : http ://www.fas.umontreal.ca/SCECO/Dufour .
[2] Cette recherche a bénéficié du support financier du Conseil des Arts du Canada (Bourse Killam), du Conseil de recherche en sciences humaines du Canada, du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada, du Réseau canadien de centres d'excellence (projet MITACS) et du Fonds FCAR du Québec.

1. Notion de série chronologique
2. Exemples de séries chronologiques
3. Objectifs et problèmes de l'analyse des séries chronologiques
4. Classification des modèles

1. NOTION DE SÉRIE CHRONOLOGIQUE

1.1 La majeure partie des méthodes statistiques sont conçues pour être appliquées à des expériences indépendantes ou à des résultats d'enquêtes : l'ordre des observations n'a pas de signification particulière (*e.g.*, en biologie, agronomie, sociologie, etc.).

En économie, les données constituent souvent des séries d'observations sur une ou plusieurs variables faites à différentes dates : les observations ne sont pas indépendantes.

1.2 DÉFINITION : On appelle *série chronologique* (ou *série temporelle*) toute suite d'observations $(X_t : t \in T)$ indexées par un ensemble ordonné T (le « *temps* »).

1.3 TYPES IMPORTANTS DE SÉRIES

Série continue – Dans certains domaines (*e.g.,* en physique), la variable X_t peut être observée de façon continue, *i.e.* l'indice t peut prendre toutes les valeurs dans un intervalle de nombres réels. Dans un tel cas, on parle de *série continue*.

De telles situations sont rares dans les données économiques.

Série discrète – Une série est *discrète* lorsque l'ensemble des valeurs possibles de t est un ensemble discret, *i.e.* T peut être considéré comme un sous-ensemble des nombres entiers.

Il y a deux types importants de série discrète, suivant que les observations correspondent à des

niveaux : séries enregistrées instantanément (*e.g.*, prix, stocks),

ou à des

flux : séries cumulées sur un intervalle de temps (*e.g.*, revenu, consommation).

Lorsqu'on analyse une série de flux, il est important de tenir compte de l'intervalle de temps considéré.

2. EXEMPLES DE SÉRIES CHRONOLOGIQUES

(1) Produit national brut réel aux États-Unis, 1872-1985 (annuel).
(Barro, 1987, figure 1.1)
Tendance séculaire apparente.

(2) Taux de croissance du produit national brut réel aux États-Unis, 1873-1985 (annuel).
(Barro, 1987, figure 1.2)
Pas de tendance.

(3) Taux de chômage aux États-Unis, 1873-1985 (annuel).
(Barro, 1987, figure 1.3)
Pas de tendance. Série moins volatile depuis 1945.

(4) Indice des prix à la consommation aux États-Unis, 1870-1985 (annuel).
(Barro, 1987, figure 1.4)
Tendance très marquée. Possibilité de changements de régime.

(5) Taux d'inflation aux États-Unis, 1870-1985 (annuel).
(Barro, 1987, figure 1.5)
Pas de tendance. Possibilité d'un changement de régime autour de 1950.

(6) Logarithme des ventes au détail aux États-Unis, 1967-1979 (trimestriel)
[Hillmer, Tiao et Box, dans Zellner (1983, p. 87)]

(7) Indice des prix à la consommation en France, 1970-1978 (mensuel).
(Gouriéroux et Monfort, 1990, tableaux 1.1 et 1.2, figures 1.5, 1.6 et 1.7)
Série saisonnière.

(8) Trafic voyageur de la SNCF en deuxième classe, 1963-1980 (mensuel).
(Gouriéroux et Monfort, 1990, tableau 1.2 et figure 1.8)
Série saisonnière.

3. OBJECTIFS ET PROBLÈMES DE l'ANALYSE DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

A) Modélisation

(1) Développer des modèles permettant de décrire le comportement d'une ou plusieurs séries chronologiques.

(2) Mettre au point une méthodologie pour

- spécifier
- estimer
- valider (juger)

un modèle approprié pour des données particulières.

B) Problèmes importants posés par l'analyse des séries chronologiques

(1) Prévision

Étant donné des observations $X_1, \dots, X_T$, on désire évaluer une valeur non observée X_{T+h}.

La prévision peut être ponctuelle, $\hat{X}_T(h)$, ou prendre la forme d'un intervalle de prévision : $\left[\hat{X}_T^1(h), \hat{X}_T^2(h)\right]$.

(2) Décomposition

Les problèmes de décomposition les plus fréquents sont les suivants :

a) estimer la tendance ;

b) enlever la tendance ;

c) estimer les variations saisonnières ;

d) enlever les variations saisonnières (désaisonnalisation).

Par exemple, supposons qu'une série X_t peut être représentée sous la forme

$$X_t = Z_t + S_t + u_t$$

où : Z_t est une tendance (fonction lisse du temps),

S_t est une variation saisonnière,

u_t est une composante irrégulière (perturbation aléatoire).

Les quatre problèmes de décomposition mentionnés peuvent s'interpréter de la façon suivante :

a)$'$ estimer Z_t;

b)$'$ estimer $X_t - Z_t$;

c)$'$ estimer S_t;

d)$'$ estimer $X_t - S_t$.

(3) Détection et modélisation des ruptures (changement structurel).

(4) Étude du lien dynamique entre plusieurs variables :

a) causalité,

b) décalages temporels.

(5) Séparation entre relations de court terme et relations de long terme (*e.g.*, via le concept de coïntégration).

(6) Étude des anticipations.

(7) Contrôle.

4. TYPES DE MODÈLES

A) Modèles déterministes

Un modèle déterministe est un modèle où n'intervient pas la théorie des probabilités.

Fonction déterministe du temps : $X_t = f(t)$.

Équation de récurrence : $X_t = f(t, X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots)$.

Pourvu que $f(\cdot)$ et (si nécessaire) les valeurs passées de X_t soient connues, un modèle déterministe permet une prévision parfaite.

B) Modèles stochastiques

Un modèle stochastique est un modèle où les éléments X_t de la série sont considérés comme des *variables aléatoires*.

Lorsqu'on considère une série $(X_t : t \in T)$ de variables aléatoires, on parle de *processus stochastique* (ou *fonction aléatoire*). La théorie des processus stochastiques est la base théorique de l'étude des modèles stochastiques.

C) Catégories importantes de modèles stochastiques

(1) Modèles de tendance (modèles d'ajustement)

$$X_t = f(t, u_t)$$

où : t représente le temps,

u_t est une perturbation aléatoire.

Habituellement, on suppose que les u_t sont indépendants ou non corrélés entre eux.

Cas spéciaux :

tendance additive : $X_t = g(t) + u_t$

tendance multiplicative : $X_t = g(t)\, u_t$

où $g(t)$ est indépendant (on non corrélé) avec u_t. Habituellement, on suppose que $g(t)$ est une fonction déterministe (non aléatoire) du temps.

Dans certains cas, $g(t)$ est aléatoire (*modèles à composantes non observables*).

Fonctions de tendance importantes :

1) Tendance trigonométrique :

$$f(t) = A_0 + \sum_{j=1}^{q} \left[A_j \cos(\omega_j t) + B_j \sin(\omega_j t)\right] \ .$$

Cette fonction est en général périodique (ou quasi périodique). Dès les débuts de l'analyse des séries chronologiques, on a utilisé de tels modèles pour tenter de représenter des séries dont le comportement a une apparence périodique. Un problème important dans ce genre d'analyse consiste à déterminer les fréquences ω_j importantes (*analyse harmonique* ou *analyse spectrale*).

2) Tendance linéaire :

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 t\ .$$

3) Tendance polynômiale :

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \cdots + \beta_k t^k\ .$$

4) Courbe exponentielle :

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 r^t\ .$$

5) Courbe logistique :

$$f(t) = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 r^t}\ ,\ \text{où } r > 0\ .$$

6) Courbe de Gompertz :

$$f(t) = \exp\left\{\beta_0 + \beta_1 r^t\right\}\ ,\ \text{où } r > 0\ .$$

Les méthodes visant à estimer ou enlever la tendance d'une série sont de deux types :

1) les méthodes d'ajustement globales, où toutes les observations jouent des rôles équivalents ;
2) les méthodes d'ajustement locales, où les observations proches dans le temps jouent un rôle plus important :

   a) moyennes mobiles,

   b) lissage exponentiel.

En économie, la décomposition stantard suivante a souvent été utilisée (*décomposition de Persons*) :

$$X_t = Z_t + C_t + S_t + u_t$$

où : Z_t est une tendance séculaire (à long terme),

C_t est une déviation à moyen terme par rapport à la tendance séculaire (cycle d'affaires),

S_t est une variation saisonnière,

u_t est une perturbation aléatoire (imprévisible).

(2) Modèles de filtrage (moyennes mobiles généralisées)

$$X_t = f\,(\ldots, u_{t-1}, u_t, u_{t+1}, \ldots)$$

où les u_t sont des perturbations aléatoires (indépendantes ou non corrélées entre elles).

Cas important – Moyenne mobile d'ordre q :

$$X_t = \bar{\mu} + u_t - \sum_{j=1}^{q} \theta_j u_{t-j}\ .$$

(3) Modèles autoprojectifs

$$X_t = f\,(X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots, u_t)$$

où les u_t sont des perturbations aléatoires.

Cas important – Processus autorégressif d'ordre p :

$$X_t = \bar{\mu} + \sum_{j=1}^{p} \varphi_j X_{t-j} + u_t\,.$$

(4) Modèles explicatifs

$$X_t = f\,(Z_t^*, u_t)$$

où Z_t^* contient des variables explicatives diverses (variables exogènes) et (possiblement) des valeurs passées de X_t.

BIBLIOGRAPHIE

Anderson, T.W. (1971), *The Statistical Analysis of Time Series*. John Wiley and Sons, San Francisco (Chapter 1).

Barro, R.J. (1987), *Macroeconomics*, *Second Edition*. John Wiley and Sons, New York.

Box, G.E.P., et Jenkins, G.M. (1970), *Time Series Analysis*, *Forecasting and Control*. Molden-Day, San Francisco (Chapter 1).

Gouriéroux, C., et Monfort, A. (1990), *Séries temporelles et modèles dynamiques*. Economica, Paris (chapitre 1).

Zellner, A. (1983), *Applied Time Series Analysis of Economic Data*. Bureau of the Census, Washington (D.C.).