Spécification de modèles ARMA par la méthode du coin *

Jean-Marie Dufour †
Université de Montréal

Première version : mars 1987
Révisé : février 2002
Cette version : 24 février 2002, 3:36pm

* Cette recherche a bénéficié du support financier du Conseil des Arts du Canada (Bourse Killam), du Conseil de recherche en sciences humaines du Canada, du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada, du Réseau canadien de centres d'excellence (projet MITACS) et du Fonds FCAR du Québec.

† Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.), Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations (CIRANO), et Département de sciences économiques, Université de Montréal. L'auteur est aussi titulaire de la Chaire de recherche du Canada en économétrie. Adresse postale : Département de sciences économiques, Université de Montréal, C.P. 6128 succursale Centre Ville, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7. TEL : (514) 343 2400 ; FAX : (514) 343 5831 ; courriel : jean.marie.dufour@umontreal.ca. Page Web : http ://www.fas.umontreal.ca/SCECO/Dufour .

1. Principe de base de la m/ethode du coin

Considérons un processus $ARMA\,(p,\ q)$

$$\varphi\,(B)\ X_t = \bar{\mu} + \theta\,(B)\ u_t \tag{1.1}$$

où

$$\begin{gathered}
\varphi\,(B) = 1 - \varphi_1 B - \cdots - \varphi_p B^p\,, \quad \varphi_p \neq 0\,, \\
\theta\,(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q\,, \quad \theta_q \neq 0\,, \\
\{u_t : t \in\ \mathbb{Z}\} \sim BB\left(0,\ \sigma^2\right)\,,\ \sigma^2 > 0\,.
\end{gathered}$$

Si $\varphi\,(B)$ et $\theta\,(B)$ n'est pas de racine commune, on peut montrer que

$$\begin{aligned}
\varDelta\,(i,\ j) &= 0\,, \quad \forall i \geq q+1\,,\, \forall j \geq p+1\,, && (1.2)\\
\varDelta\,(i,\ p) &\neq 0\,, \quad \forall i \geq q\,, && (1.3)\\
\varDelta\,(q,\ j) &\neq 0\,, \quad \forall j \geq p\,. && (1.4)
\end{aligned}$$

où $\varDelta\,(i,\ j)$ est le déterminant

$$\varDelta\,(i,\ j) = \begin{vmatrix}
\rho\,(i) & \rho\,(i-1) & \cdots & \rho\big(i-(j-1)\big) \\
\rho\,(i+1) & \rho\,(i) & \cdots & \rho\big(i-(j-2)\big) \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
\rho\,(i+j-1) & \rho\,(i+j-2) & \cdots & \rho\,(i)
\end{vmatrix}\,. \tag{1.5}$$

Ainsi on obtient un tableau de la forme suivante :

i \ j	1	2	$\cdots$	p	$p+1$	$p+2$	$p+3$	$\cdots$
1	$\varDelta\,(1,\ 1)$	$\varDelta\,(1,\ 2)$	$\cdots$	$\varDelta\,(1,\ p)$	$\varDelta\,(1,\ p+1)$	$\varDelta\,(1,\ p+2)$	$\varDelta\,(1,\ p+3)$	$\cdots$
2	$\varDelta\,(2,\ 1)$	$\varDelta\,(2,\ 2)$	$\cdots$	$\varDelta\,(2,\ p)$	$\varDelta\,(2,\ p+1)$	$\varDelta\,(2,\ p+2)$	$\varDelta\,(2,\ p+3)$	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
q	$\varDelta\,(q,\ 1)$	$\varDelta\,(q,\ 2)$	$\cdots$	$\varDelta\,(q,\ p)\ ^*$	$\varDelta\,(q,\ p+1)\ ^*$	$\varDelta\,(q,\ p+2)\ ^*$	$\varDelta\,(q,\ p+3)\ ^*$	
$q+1$	$\varDelta\,(q+1,\ 1)$	$\varDelta\,(q+1,\ 2)$	$\cdots$	$\varDelta\,(q+1,\ p)\ ^*$	0	0	0	$\cdots$
$q+2$	$\varDelta\,(q+2,\ 1)$	$\varDelta\,(q+2,\ 2)$	$\cdots$	$\varDelta\,(q+2,\ p)\ ^*$	0	0	0	$\cdots$
$q+3$	$\varDelta\,(q+3,\ 1)$	$\varDelta\,(q+3,\ 2)$	$\cdots$	$\varDelta\,(q+3,\ p)\ ^*$	0	0	0	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

Pour des processus MA(q) et AR(p), le tableau prend les formes suivantes :

$$MA\,(q)$$

$i \backslash j$	1	2	3	$\cdots$
1	$\Delta\,(1,\,1)$	$\Delta\,(1,\,2)$	$\Delta\,(1,\,3)$	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
q	$\Delta\,(q,\,1)\ ^*$	$\Delta\,(q,\,2)\ ^*$	$\Delta\,(q,\,3)\ ^*$	$\cdots$
$q+1$	0	0	0	$\cdots$
$q+2$	0	0	0	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

$$AR\,(p)$$

$i \backslash j$	1	2	$\cdots$	p	$p+1$	$p+2$	$\cdots$
1	$\Delta\,(1,\,1)$	$\Delta\,(1,\,2)$	$\cdots$	$\Delta\,(1,\,p)\ ^*$	0	0	$\cdots$
2	$\Delta\,(2,\,1)$	$\Delta\,(2,\,2)$	$\cdots$	$\Delta\,(2,\,p)\ ^*$	0	0	$\cdots$
3	$\Delta\,(3,\,1)$	$\Delta\,(3,\,2)$	$\cdots$	$\Delta\,(3,\,p)\ ^*$	0	0	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

Les autocorrélations partielles peuvent s'écrire

$$\varphi_{pp} = (-1)^{p-1}\,\Delta\,(1,\,p)\,/\Delta\,(0,\,p)\ .$$

On peut aussi montrer que

$$-1 \leq \Delta\,(i,\,j) \leq 1 \quad , \quad \forall i \geq 1 \quad , \quad \forall j \geq 1.$$

2. Inférence

Pour estimer $\Delta\,(i,\,j)$, on remplace

$$\rho\,(k) \ \text{ par } \hat{\rho}\,(k) = r_k \text{ dans } \Delta\,(i,\,j)$$

et pour tester si $\Delta\,(i,\,j) = 0$, on calcule

$$\frac{\left|\hat{\Delta}\,(i,\,j)\right|}{\sqrt{\hat{V}\left[\hat{\Delta}\,(i,\,j)\right]}} \to N\,(0,\,1)\,.$$

Pour le calcul, voir Beguin, Gouriéroux et Monfort (1980) .Diverses méthodes pouvant servir à spécifier des modèles ARMA sont discutées par Choi (1992).

Références

Beguin, J.-M., Gouriéroux, C. et Monfort, A. (1980), Identification of a mixed autoregressive-moving average process : The corner method, *in* O. D. Anderson, ed., 'Time Series', Time Series, Amsterdam, pp. 423–436.

Choi, B. (1992), *ARMA Model Identification*, Springer-Verlag, New York.