Jean-Marie Dufour
Janvier 2002
Compilé : 19 janvier 2002

THÉORIE ÉCONOMÉTRIQUE
EXERCICES 1
MODÈLES

1. (a) Définissez ce qu'est un modèle statistique.
   (b) Expliquez la distinction entre un modèle statistique dominé et un modèle statistique homogène.
   (c) Quand un modèle est-il emboîté dans un autre ? Qu'est-ce qu'un sous-modèle ? Qu'est-ce qu'un sur-modèle ?
2. (a) Expliquez ce qu'est un modèle statistique exponentiel.
   (b) Donnez deux exemples de modèles statistiques exponentiels et expliquez pourquoi ces modèles appartiennent à la famille exponentielle.
   (c) Un modèle linéaire est-il toujours un modèle exponentiel ?
   (d) Lequel ou lesquels des qualificatifs suivants s'applique à un modèle exponentiel : paramétrique, non paramétrique, semi-paramétrique ?
   (e) Même question pour un modèle linéaire.
3. Expliquez la différence entre l'approche bayésienne et l'approche bayésienne empirique à l'introduction d'information a priori dans un modèle statistique.
4. Soient P et P^* deux distributions de probabilité admettant une densité par rapport à une même mesure μ.
   (a) Définissez le contraste au sens de Kullback entre P et P^*.
   (b) Démontrez que
      i. $I\,(P \mid P^*) \geq 0\,;$
      ii. $I\,(P \mid P^*) = 0 \Longleftrightarrow P = P^*\,.$
5. Soit $y = (y_1,\, \ldots\,,\, y_n)'$ un vecteur d'observations. Pour expliquer y, on considère le modèle linéaire :
$$y = m + u\,,\; m \in L\,,\; u \sim N\left[0,\, \sigma^2 I_n\right]$$
   où L est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ de dimension k. Si la vraie loi de probabilité de y est $N\left[m_0,\, \sigma_0^2 I_n\right]$, trouvez les pseudo-valeurs vraies m_0^*, σ_0^* de m et σ^2. [I_n désigne la matrice identité d'ordre n.]

6. Considérez le modèle keynésien simple :

$$\begin{aligned} C_t &= aR_t + b + u_t \,, \\ Y_t &= C_t + I_t \,, \\ R_t &= Y_t \,, \end{aligned}$$

   où C_t représente la consommation (au temps t), R_t le revenu, Y_t la production, I_t l'investissement et u_t est une perturbation aléatoire.

   (a) Trouvez la forme réduite de ce modèle.

   (b) Avez-vous besoin d'une condition de cohérence pour trouver cette forme réduite ? Si oui, laquelle et pourquoi ?

   (c) Ce modèle comporte-t-il des variables latentes ? Si oui, lesquelles ?

7. (a) Expliquez la notion d'exogénéité par rapport à un paramètre.

   (b) Considérez le modèle d'équilibre simplifié :

$$\begin{aligned} D_t &= \alpha + 2p_t + u_{1t} \,, \\ S_t &= c + u_{2t} \,, \\ Q_t &= D_t = S_t \qquad , \ t = 1, \ldots, T \end{aligned}$$

   où D_t représente la demande pour un produit, S_t représente l'offre du même produit et Q_t la quantité produite et vendue. On suppose que les vecteurs $(u_{1t},\ u_{2t})'$, $t = 1, \ldots, T$, sont indépendants et $N[0,\ I_2]$.

   i. Trouvez la forme réduite de ce modèle.

   ii. Pour quels paramètres le vecteur $Q = (Q_1, \ldots, Q_T)'$ est-il exogène ? Justifiez votre réponse.

   iii. Pour quels paramètres le vecteur $p = (p_1, \ldots, p_T)'$ est-il exogène ? Justifiez votre réponse.

   iv. Les variables Q_t et p_t sont-elles simultanées ? Justifiez votre réponse.

8. Démontrez l'équivalence entre la non causalité au sens de Granger et la non causalité au sens de Sims. (Bien définir d'abord ces deux notions.)

9. Donnez une condition suffisante sous laquelle l'exogénéité séquentielle est équivalente à l'exogénéité (pour un paramètre α) et justifiez votre réponse.

10. Considérez le modèle d'équilibre :

$$Q_t = a + bp_t + u_{1t} \,,$$

$$\begin{aligned} &p_t = c + dp_{t-1} + u_{2t} \qquad , \ t = 1, \dots, T \\ &p_0 \text{ est fixe} \end{aligned}$$

où les perturbations aléatoires $(u_{1t}, u_{2t})'$, $t = 1, \dots, T$ sont indépendantes $N[0, I_2]$, Q_t représente une quantité vendue et p_t le prix. Pour quels paramètres le vecteur $p = (p_1, \dots, p_T)'$ est-il

(a) séquentiellement exogène ?

(b) exogène ?

(c) fortement exogène ?

(d) De plus, Q_t cause-t-il p_t au sens de Granger ?

Justifiez vos réponses.

11. Considérez le modèle d'équilibre :

$$\begin{aligned} &Q_t = a + bp_{t+1} + u_{1t}, \\ &p_t = c + dp_{t-1} + u_{2t} \qquad , \ t = 1, \dots, T \\ &p_0 \text{ est fixe} \end{aligned}$$

où les perturbations aléatoires $(u_{1t}, u_{2t})'$, $t = 1, \dots, T$ sont indépendantes $N[0, I_2]$, Q_t représente une quantité vendue et p_t le prix. Le vecteur $p = (p_1, p_2, \dots, p_T)'$ est-il

(a) exogène pour (a, b) ?

(b) exogène pour (c, d) ?

(c) séquentiellement exogène pour (a, b) ?

(d) séquentiellement exogène pour (c, d) ?

(e) fortement exogène pour (a, b) ?

(f) fortement exogène pour (c, d) ?

Justifiez vos réponses.

12. Considérez le modèle d'équilibre :

$$\begin{aligned} &Q_t = a + bp_t + u_{1t}, \\ &p_t = c + dQ_{t-1} + u_{2t}, \\ &Q_0 \text{ est fixe} \end{aligned}$$

où les perturbations aléatoires $(u_{1t}, u_{2t})'$, $t = 1, \dots, T$ sont indépendantes $N[0, I_2]$, Q_t représente une quantité vendue et p_t le prix. Le vecteur $p = (p_1, p_2, \dots, p_t)'$ est-il

(a) séquentiellement exogène pour $(a,\ b)$?
(b) séquentiellement exogène pour $(c,\ d)$?
(c) fortement exogène pour $(a,\ b)$?
(d) fortement exogène pour $(c,\ d)$?
(e) exogène pour $(a,\ b)$?
(f) exogène pour $(c,\ d)$?

Justifiez vos réponses.

13. Considérez le modèle d'équilibre :

$$\begin{aligned} D_t &= a + bp_t + u_{1t}\,, \\ S_t &= c + dp_{t-1} + ex_t + fx_{t-1} + u_{2t}\,, \\ Q_t &= D_t = S_t \qquad ,\ t = 1,\ \ldots\ ,\ T \end{aligned}$$

où D_t est la demande pour un bien, S_t l'offre du même bien, Q_t la quantité produite, x_t est une variable exogène, p_0 et x_0 sont fixes et $u_t = (u_{1t},\ u_{2t})'$ est un vecteur aléatoire tel que $E\,(u_t) = 0$.

(a) Donnez la forme structurelle associée à ce modèle.
(b) Trouvez la forme réduite de ce modèle.
(c) Trouvez les multiplicateurs de court terme pour p_t et Q_t.
(d) Trouvez la forme finale du modèle.
(e) Trouvez les multiplicateurs dynamiques pour p_t.
(f) Trouvez la forme de long terme du modèle ainsi que les multiplicateurs de long terme pour p_t et Q_t.

14. Exercice 1.4 dans Gouriéroux and Monfort (1989, chap. I, p. 41-42).
15. Exercice 1.11 dans Gouriéroux and Monfort (1989, chap. I, p. 44).

Références

GOURIÉROUX, C., AND A. MONFORT (1989) : *Statistique et modèles économétriques, Volumes 1 et 2*. Economica, Paris.